La Geometría

Los conceptos básicos de la geometría de Euclides, y su evolución posterior a geometrías no-euclidianas, topología; son conceptos importantes para entender los desarrollos de la física y astronomía moderna.

Recopilación de Wikipedia

La geometría es una rama de la matemática que se ocupa de cuestiones de forma, tamaño, posición relativa de las figuras y las propiedades del espacio. Un matemático que trabaja en el campo de la geometría se llama un geómetra.

La geometría surgió de forma independiente en una serie de culturas tempranas como una forma práctica de tratar con longitudes, áreas y volúmenes. La geometría comenzó a ver elementos de la ciencia matemática formal que emergen en Occidente ya en el siglo VI a. C. En el siglo III a. C., la geometría fue puesta en una forma axiomática por Euclides, cuyo tratamiento, los Elementos de Euclides, establecieron un estándar durante muchos siglos a seguir. La geometría surgió independientemente en la India, con los textos que proporcionan las reglas para las construcciones geométricas que aparecen tan temprano como el siglo 3ro. A.C. Los científicos islámicos preservaron las ideas griegas y se expandieron en ellas durante la Edad Media. A principios del siglo XVII, la geometría había sido puesta en una sólida base analítica por matemáticos como René Descartes y Pierre de Fermat. Desde entonces, y en los tiempos modernos, la geometría se ha expandido en la geometría no euclidiana y variedades, describiendo los espacios que se encuentran más allá de la gama normal de la experiencia humana.

Aunque la geometría ha evolucionado significativamente a lo largo de los años, hay algunos conceptos generales que son más o menos fundamentales para la geometría. Estos incluyen los conceptos de puntos, líneas, planos, superficies, ángulos y curvas, así como las nociones más avanzadas de colectores y topología o métrica.

La geometría contemporánea tiene muchos sub-campos:

- La geometría euclidiana es la geometría en su sentido clásico. El currículo educativo obligatorio de la mayoría de las naciones incluye el estudio de puntos, líneas, planos, ángulos, triángulos, congruencia, similitud, figuras sólidas, círculos y geometría analítica. La geometría euclidiana también tiene aplicaciones en informática, cristalografía y varias ramas de la matemática moderna.

No. 112 – Agosto 2017 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

- La geometría diferencial utiliza técnicas de cálculo y álgebra lineal para estudiar problemas en geometría. Tiene aplicaciones en física, incluyendo en relatividad general.
- Topología es el campo que se ocupa de las propiedades de los objetos geométricos que no cambian por las asignaciones continuas. En la práctica, esto a menudo significa ocuparse de las propiedades a gran escala de los espacios, como la conexión y la compacidad.
- La geometría convexa investiga formas convexas en el espacio euclidiano y sus análogos más abstractos, a menudo utilizando técnicas de análisis real. Tiene conexiones estrechas con análisis convexo, optimización y análisis funcional y aplicaciones importantes en la teoría numérica.
- La geometría algebraica estudia la geometría mediante el uso de polinomios multivariados y otras técnicas algebraicas. Tiene aplicaciones en muchas áreas, incluyendo criptografía y teoría de cuerdas.
- La geometría discreta se refiere principalmente a cuestiones de posición relativa de objetos geométricos simples, tales como puntos, líneas y círculos. Comparte muchos métodos y principios con combinatorias.

La geometría tiene aplicaciones en muchos campos, incluyendo el arte, la arquitectura, la física, así como a otras ramas de la matemática.

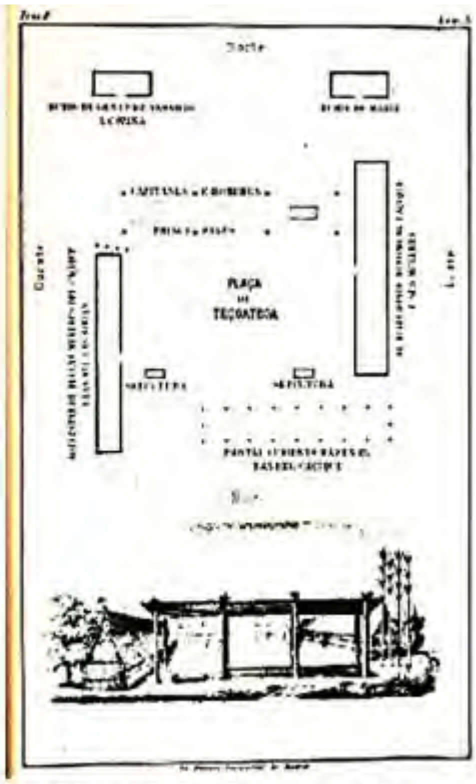
Esquemas geométricos. Cerámica Nicoya Policroma. Lothrop, lámina LXXXI

Los primeros comienzos registrados de la geometría se pueden remontar a Mesopotamia antigua y Egipto en el 2do. milenio AC. La geometría temprana era una colección de principios empíricamente descubiertos referentes a longitudes, ángulos, áreas y volúmenes, que fueron desarrollados para satisfacer alguna necesidad práctica en la topografía, la construcción, la astronomía y varias artesanías. Los primeros textos conocidos sobre geometría son el papiro egipcio Rhind (2000-1800 a.C.) y el papiro de Moscú (hacia 1890 a.C.), las tablas de arcilla babilónicas como Plimpton 322 (1900 a.C.). Por ejemplo, el Papiro de Moscú da una fórmula para calcular el volumen de una pirámide truncada, o frusto. Las tabletas de arcilla posteriores (350-50 a.C.) demuestran que los astrónomos babilonios implementaron procedimientos trapezoidales para calcular la posición y el movimiento de Júpiter dentro del espacio tiempo-velocidad. Estos procedimientos geométricos anticiparon las calculadoras de Oxford, incluyendo el teorema de velocidad media, por 14 siglos. Al sur de Egipto, los antiguos nubios establecieron un sistema de geometría incluyendo las primeras versiones de los relojes solares.

En el siglo VII a.C., el matemático griego Thales de Mileto usó la geometría para resolver problemas tales como calcular la altura de las pirámides y la distancia de los barcos desde la costa. Se le atribuye el primer uso del razonamiento deductivo aplicado a la geometría, derivando cuatro corolarios del teorema de Thales. Pitágoras estableció la Escuela Pitagórica, que se acredita con la primera prueba del teorema de Pitágoras, aunque la declaración del teorema tiene una larga historia. Eudoxus (408-355 a.C.) desarrolló el método de Agotamiento, lo que permitió el cálculo de áreas y volúmenes de figuras curvilíneas, así como una teoría de relaciones que evitó el problema de magnitudes inconmensurables, lo que permitió a los geómetras posteriores realizar avances significativos. Alrededor del 300 a. C., la geometría fue revolucionada por Euclides, cuyos *Elementos*, ampliamente considerados el libro de texto más exitoso e influyente de todos los tiempos, introdujeron el rigor

No. 112 – Agosto 2017 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

matemático a través del método axiomático y es el primer ejemplo del formato todavía usado en matemáticas hoy, De definición, axioma, teorema y prueba. Aunque la mayoría de los contenidos de los Elementos ya eran conocidos, Euclides los organizó en un solo marco lógico coherente. Los Elementos eran conocidos por todas las personas cultas en Occidente hasta mediados del siglo XX y su contenido todavía se enseña en las clases de geometría de hoy. Arquímedes (C. 287-212 a.C.) de Siracusa utilizó el método del agotamiento para calcular el área bajo el arco de una parábola con la suma de una serie infinita, y dio aproximaciones notablemente precisas de Pi (л). También estudió la espiral que lleva su nombre y obtuvo fórmulas para los volúmenes de superficies de revolución.



Plano de la plaza de El Viejo (Teçoatega), según Oviedo

Los matemáticos indios también hicieron muchas contribuciones importantes en geometría. El Satapatha Brahmana (siglo III a.C.) contiene reglas para las construcciones geométricas rituales que son similares a los Sutras Sulba. De acuerdo con Hayashi 2005, los Śulba Sūtras contienen "la primera expresión verbal existente del Teorema de Pitágoras en el mundo, aunque ya había sido conocida por los antiguos babilonios, contienen listas de triples pitagóricos" Que son casos particulares de ecuaciones diofantinas. En el manuscrito de Bakhshali, hay un puñado de problemas geométricos (incluyendo problemas sobre volúmenes de sólidos irregulares.) El manuscrito de Bakhshali también "emplea un sistema de valores de lugar decimal con un punto para cero. Brahmagupta escribió su obra astronómica Brāhma Sphuṭa Siddhānta en 628. El capítulo 12, que contenía 66 versos sánscritos, se dividió en dos secciones: "operaciones básicas" (incluidas las raíces cúbicas, fracciones, proporción y proporción y trueque) y "matemáticas prácticas" (incluyendo la mezcla, series matemáticas, figuras planas, apilamiento de ladrillos, aserrado de madera y apilamiento de granos). En esta última sección, Teorema de las diagonales de un cuadrilátero cíclico. El capítulo 12 también incluyó una fórmula para el área de un cuadrilátero cíclico (una generalización de la fórmula de Heron), así como una descripción completa de triángulos racionales (es decir, triángulos con lados racionales y áreas racionales).

En la Edad Media, las matemáticas en el islam medieval contribuyeron al desarrollo de la geometría, especialmente la geometría algebraica. Al-Mahani (853) concibió la idea de reducir problemas geométricos como duplicar el cubo a problemas en álgebra. Thābit ibn Qurra (conocido como Thebit en latín) (836-901) trató de operaciones aritméticas aplicadas a relaciones de cantidades geométricas, y contribuyó al desarrollo de la geometría analítica. Omar Khayyám (1048-1131) encontró soluciones geométricas a las ecuaciones cúbicas. [29] Los teoremas de Ibn al-Haytham (Alhazen), Omar Khayyam y Na.

Aunque no haya quedado registro escrito de chorotegas y nicaraos, es evidente que hacían uso de la geometría. Basta inspeccionar el madero calendárico Nicarao para percibir el manejo de figuras geométricas. O mirar el plano de la plaza de Teçoatega, residencia de Agateyte, para darse cuenta que los nahualatos sabían trazar rectángulos y triángulos y erigir volúmenes. Hay abundantes dibujos en petroglifos de cuadrados, rectángulos, círculos, espirales, y construcciones arquitectónicas que implican rectángulos; montículos con escalinatas como los de El Ayote con plataformas extraordinarias que se caracterizan por tener forma cuadrada de 24 x 24 metros (Estructura 1) y de 16 x 16 metros (Estructura 2) y la presencia de una escalinata en las dos, formando así una plataforma superior encima de la más amplia. El Ayote cuenta con cuarenta montículos más; mayormente plataformas de aparente uso habitacional, pero también incluyendo varios montículos de mayores dimensiones (por ejemplo, varios de tres metros de altura y treinta de diámetro) de forma circular.[1]

En Nicaragua ningún pueblo tuvo un trazado urbano. Los asentamientos típicos en el Pacífico de Nicaragua fueron aldeas y villorrios. Las pequeñas ciudades que mencionan los cronistas no han sido identificadas arqueológicamente. Tezoatega, que según Oviedo era uno de los señoríos mayores de la gobernación de Nicaragua ("é tenia seys mill hombres de hecho de arco é flecha, é más de veynte mill vassallos entre hombres é mugeres chicos é grandes") tenía una plaza cuadrada con bohíos bajos y oscuros sin puertas ni ventanas. Los bohíos estaban hechos de postes de madera, y cubiertos de cañas gruesas como "la pantorrilla de la pierna", y de paja para protegerlas de la lluvia y para que no entre el sol entre

[1] Dr. Alexander Geurds, MsC. Jorge Zambrana y Carlos Villanueva. Escultura de piedra en el centro de Nicaragua: Logros y desafíos, en Mi Museo y Vos 13: 4-7, Junio 2010

No. 112 – Agosto 2017 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

las cañas. En torno a la plaza y a los bohíos había muchos árboles frutales, tantos que no se podía ver la plaza ni los bohíos hasta estar a la par de ella.

López de Gómara[2] dice que "No son grandes los pueblos, como hay muchos; empero tienen policía en el sitio y edificio, y mucha diferencia en las casas de los señores a las de los vasallos. En lugares de behetría[3], que hay muchos, son iguales. Los palacios y templos tienen grandes plazas, y las plazas están cerradas de las casas de los nobles, y tienen en medio de ella una casa para los plateros, que ha maravilla labran y vacían oro."

Euclides, a veces llamado Euclides de Alejandría para distinguirlo de Euclides de Megara, era un matemático griego, a menudo referido como "Euclides de Megara" El "padre de la geometría". Fue activo en Alejandría durante el reinado de Ptolomeo I (323-283 a. C). Sus *Elementos* son una de las obras más influyentes en la historia de las matemáticas, sirviendo como el principal libro de texto para la enseñanza de las matemáticas (especialmente la geometría) desde su publicación hasta finales del siglo XIX o principios del siglo 20. En los Elementos, Euclides dedujo los principios de lo que ahora se llama geometría euclídea de un pequeño conjunto de axiomas. Euclides también escribió trabajos sobre perspectiva, secciones cónicas, geometría esférica, teoría numérica y rigor.

Ejemplo topológico: Cinta de Möbios construida a rotar una tira de papel y pegar sus extremos.

Aunque muchos de los resultados en *Elementos* se originaron con matemáticos anteriores, uno de los logros de Euclides fue presentarlos en un solo marco lógicamente coherente, haciéndolo fácil de usar y fácil de referenciar, incluyendo un sistema de pruebas matemáticas rigurosas que sigue siendo la base de Matemáticas 23 siglos más tarde.

[2] López de Gomara, Francisco, Historia General de las Indias, Biblioteca Ayacucho, Caracas, 1979

[3] Dícese de una población cuyos vecinos, como dueños absolutos de ella, podían recibir por señor a quien quisiese. Tomado de Vox Diccionario General Ilustrado de la Lengua Española, 8va. edición, Bibliograf S.A., Barcelona, 1985

Aunque es más conocido por sus resultados geométricos, los Elementos también incluyen la teoría numérica. Considera la conexión entre los números perfectos y los primos de Mersenne (conocidos como el teorema de Euclides-Euler), la infinitud de los números primos, el lema de Euclides sobre la factorización (que conduce al teorema fundamental de la aritmética sobre la unicidad de las factorizaciones primas), y el algoritmo euclidiano para encontrar el mayor divisor común de dos números.

El sistema geométrico descrito en los Elementos se conocía desde hace mucho tiempo simplemente como geometría, y se consideraba que era la única geometría posible. Hoy, sin embargo, ese sistema se refiere a menudo como geometría euclidiana para distinguirlo de otras geometrías no-Euclidianas llamadas que los matemáticos descubrieron en el siglo XIX.

Los Elementos son principalmente una sistematización del conocimiento anterior de la geometría. Su mejora respecto a tratamientos anteriores fue rápidamente reconocida, con el resultado de que había poco interés en preservar los anteriores, y ahora están casi todos perdidos.

Hay 13 libros en total en los Elementos: Los libros I-IV y VI discuten la geometría plana. Muchos resultados sobre las figuras planas se demuestran, por ejemplo "En cualquier triángulo dos ángulos tomados juntos en cualquier manera son menos de dos ángulos rectos." (Libro 1 proposición 17) y el teorema de Pitágoras "En triángulos rectángulos el cuadrado en el lado subtendiendo el ángulo recto es igual a los cuadrados en los lados que contienen el ángulo recto". (Libro I, proposición 47).


Bernard Riemann (1826-1866)

Los libros V y VII-X se ocupan de la teoría de números, con números tratados geométricamente a través de su representación como segmentos de línea con varias longitudes. Se introducen nociones tales como números primos y números racionales e irracionales. Se demuestra la infinitud de los números primos.

Los libros XI-XIII se refieren a la geometría sólida. Un resultado típico es la relación 1: 3 entre el volumen de un cono y un cilindro con la misma altura y base.

No. 112 – Agosto 2017 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

La geometría euclidiana es un sistema axiomático, en el que todos los teoremas ("afirmaciones verdaderas") se derivan de un pequeño número de axiomas. Cerca del principio del primer libro de los Elementos, Euclides da cinco postulados (axiomas) para la geometría plana, declarados en términos de construcciones:

Euclides planteó cinco postulados en su sistema:

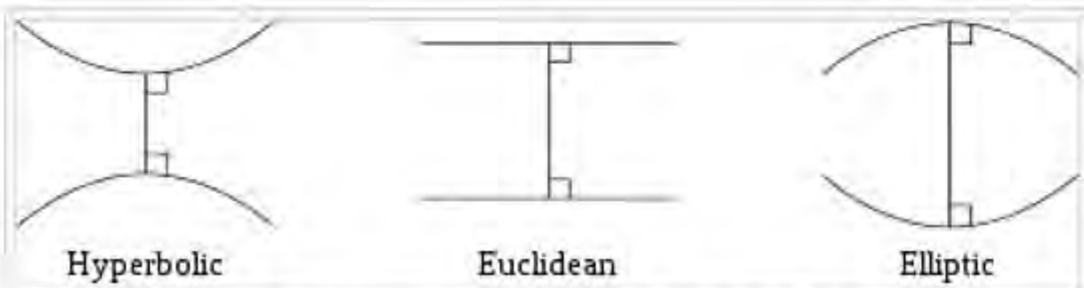
1. Dados dos puntos se puede trazar una recta que los une.
2. Cualquier segmento puede prolongarse de manera continua en cualquier sentido.
3. Se puede trazar una circunferencia con centro en cualquier punto y de cualquier radio.
4. Todos los ángulos rectos son congruentes.
5. Si una recta, al cortar a otras dos, forma ángulos internos menores a dos ángulos rectos, esas dos rectas prolongadas indefinidamente se cortan del lado en el que están los ángulos menores que dos rectos (ver quinto postulado de Euclides).

Este último postulado, que es conocido como el postulado de las paralelas, fue reformulado como: *Por un punto exterior a una recta, se puede trazar una única paralela a la recta dada.*

Este postulado 5to. parece menos obvio que los otros cuatro, y muchos geómetras, incluido el propio Euclides, intentaron deducirlo de los anteriores. Cuando intentaron reducirlo al absurdo negándolo, surgieron dos nuevas geometrías: la elíptica, también llamada geometría de Riemann (dada una recta y un punto exterior a ella, no existe ninguna recta que pase por el punto y sea paralela a la recta dada) y la hiperbólica o de Lobachevsky (existen varias rectas paralelas que pasen por un punto exterior a una dada). Puesto que ambas geometrías son consistentes, se deduce que el quinto postulado es, en efecto, un postulado que no puede deducirse de los otros cuatro. Estas geometrías, en las que el quinto postulado no es válido, se llaman geometrías no euclidianas.

En matemáticas, la geometría no euclidiana consiste en dos geometrías basadas en axiomas estrechamente relacionados con aquellos que especifican la geometría euclidiana. Como la geometría euclidiana se encuentra en la intersección de la geometría métrica y la geometría afín, surge la geometría no euclídea cuando el requisito de métrica es relajado o el postulado paralelo es reemplazado por otro alternativo. En este último caso se obtiene la geometría hiperbólica y la geometría elíptica, las geometrías tradicionales no euclidianas. Cuando el requisito de métrica es relajado, entonces hay planos afines asociados con las álgebras planas que dan lugar a geometrías cinemáticas que también han sido denominadas geometría no euclídea.

La diferencia esencial entre las geometrías métricas es la naturaleza de las líneas paralelas. El quinto postulado de Euclides, el postulado paralelo, equivale al postulado de Playfair, que establece que, dentro de un plano bidimensional, para cualquier línea ℓ y un punto A, que no está en ℓ, hay exactamente una línea



La perpendicular en el postula 5º de Euclides, y en las geometrías hperbólica y elíptica.

a través de A que lo hace. No se cruzan ℓ. En la geometría hiperbólica, por el contrario, hay infinitas líneas a través de A que no intersecan l, mientras que, en geometría elíptica, cualquier línea a través de A interseca ℓ.

Otra forma de describir las diferencias entre estas geometrías es considerar dos líneas rectas extendidas indefinidamente en un plano bidimensional que son perpendiculares a una tercera línea:

Nikolai Lobachevsky (1792-1856)

En la geometría euclidiana las líneas permanecen a una distancia constante entre sí (lo que significa que una línea dibujada perpendicular a una línea en cualquier punto intersecará la otra línea y la longitud del segmento de línea que une los puntos de intersección permanece constante) y se conocen como paralelas.

En la geometría hiperbólica se "separan", aumentando en distancia a medida que uno se aleja de los puntos de intersección con la perpendicular común; Estas líneas se llaman a menudo ultra paralelas.

En geometría elíptica, las líneas "se curvan hacia" entre sí y se cruzan.

No. 112 – Agosto 2017 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

En matemáticas, la topología se ocupa de las propiedades del espacio que se conservan bajo deformaciones continuas, tales como estiramiento, arrugado y flexión, pero sin desgarrar ni pegar. Esto se puede estudiar considerando una colección de subconjuntos, llamados conjuntos abiertos, que satisfacen ciertas propiedades, convirtiendo el conjunto dado en lo que se conoce como un espacio topológico. Las propiedades topológicas importantes incluyen conexión y compacidad.

La cinta de Möbius es una superficie con un solo lado y un sólo límite. La cinta de Möbius tiene la propiedad matemática de no ser orientable. Se puede realizar como una superficie rayada. Fue descubierta independientemente por los matemáticos alemanes August Ferdinand Möbius y Johann Benedict Listing en 1858.

Un ejemplo de una cinta de Möbius se puede crear tomando una tira de papel y dándole un medio giro, y luego uniendo los extremos de la tira para formar un bucle. Sin embargo, la cinta de Möbius no es una superficie de sólo un tamaño y forma exactos, tal como la tira de papel retorcida en la ilustración. Más bien, los matemáticos se refieren a la cinta Möbius cerrada como cualquier superficie que es homeomorfa a esta cinta. Su límite es una curva cerrada simple, es decir, homeomorfa a un círculo. Esto permite una gran variedad de versiones geométricas de la cinta de Möbius como superficies que tienen un tamaño y una forma definidos. Por ejemplo, cualquier rectángulo puede ser pegado a sí mismo (identificando un borde con el borde opuesto después de una inversión de la orientación) para hacer una cinta de Möbius. Algunas de ellas pueden modelarse sin arrugas en el espacio euclidiano, y otras no.

Un medio giro en el sentido de las agujas del reloj da una incrustación de la cinta de Möbius diferente de la de un medio giro a la izquierda - es decir, como un objeto incrustado en el espacio euclidiano la cinta de Möbius es un objeto quiral con la derecha o la izquierda. Sin embargo, los espacios topológicos subyacentes dentro de la cinta de Möbius son homeomorfos en cada caso. Hay un número infinito de incrustaciones topológicamente diferentes del mismo espacio topológico en un espacio tridimensional, ya que la cinta de Möbius también puede formarse torciendo la tira un número impar de veces mayor que uno, o anudando y torciendo la tira, antes de unir sus extremos. La cinta de Möbius abierta completa es un ejemplo de una superficie topológica que está estrechamente relacionada con la cinta de Möbius estándar pero que no es homeomorfa a ella.

BIBLIOGRAFÍA

Lothrop, Samuel K., *Cerámica de Costa Rica y Nicaragua*. Traducción castellana de Gonzalo Menees Ocón. Managua: Fondo de Promoción Cultural—Banco de América, sin fecha

Geometry. Wikipedia. Accedido el 17 de febrero de 2017

Euclid. Wikipedia. Accedido el 17 de febrero de 2017

Euclidean geometry. Wikipedia. Accedido el 17 de febrero de 2017

Non-Euclidean geometry. Wikipedia. Accedido el 17 de febrero de 2017

Bernhard Riemann. Wikipedia. Accedido el 17 de febrero de 2017

Nikolai Lobachevsky. Wikipedia. Accedido el 17 de febrero de 2017

Topology. Wikipedia. Accedido el 17 de febrero de 2017

Möbius strip. Wikipedia. Accedido el 17 de febrero de 2017.■