No. 119 –Marzo 2018 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

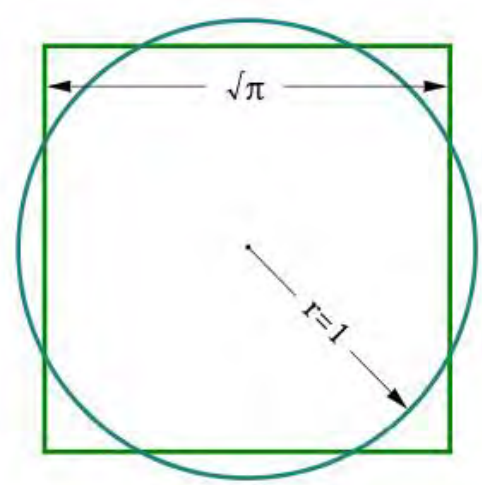
La Cuadratura del Círculo y el Número π (pi)

José Mejía Lacayo

En la ancianidad, me ha dado por recordar las faltas de mis profesores de secundaria. No es que yo no haya cometido muchos errores, pero es más fácil hablar mal de otros que es uno mismo. La "cuadratura del círculo" era una expresión popular en mi juventud, para designar problemas insolubles. Nunca logré entender porqué la cuadratura del círculo no era posible, ya que para mí, era un problema algebraico sencillo y común.

Para los griegos no lo era, no porque fueran retrasados, sino porque intentaban resolver el problema con la geometría. Es un problema práctico porque, a menos que conozcamos el valor de π (letra griega pi), que los griegos no conocían. Por tanto, la búsqueda de la cuadratura del círculo resolvía el problema de no conocer el valor de π. Porque el área del cuadrado no requiere conocer π. El área del cuadrado es simplemente el valor del lado al cuadrado.

Para los griegos la cuadratura del círculo era un problema de regla y compás insoluble. ¿En que consistía el procedimiento de "regla y compas"? El problema consiste en crear con tales herramientas un cuadrado de área igual a la de un círculo dado, lo que significa encontrar un segmento de longitud equivalente a la raíz cuadrada de π. Una corriente de pensamiento continuó buscando la cuadratura geométrica del círculo hasta 1882, cuando se demostró que era un problema insoluble.



Una segunda corriente de pensamiento trato de determinar el valor de π. Quizás el primer intento fue una determinación empírica: trazar un círculo tan grande como posible y medir con una cuerda la circunferencia y el radio. La relación de la circunferencia al círculo, C/r era un poco más de 3, quizás 3 y 1/8=3.125, que es correcto hasta la primera cifra decimal.

Inicialmente se buscó un número racional, es decir el cociente de dos números racionales, quizás entre los egipcios hace 4,000 años, que parece llegaron a una aproximación de $4*(8/9)^2=3.16049$. Entre los hebreos, en la Biblia parece que se refieren a π con un valor que sería $\pi/3=111/106$, donde $\pi=3.1415094$. La búsqueda de más exactitud continuó ideando series infinitas, que con la ayuda de las computadoras se ha calculado miles de millones de cifras decimales. No es que esta cantidad de cifras tenga valor, sino que es desafío que algunos piensan que hay que vencer.

El problema con π es que es un número irracional y trascendente. En matemáticas, un número *irracional* es un número que no puede ser expresado como una fracción M/N, donde M y N sean enteros y N sea diferente de cero. Por tanto, la búsqueda de fracciones como 3*111/106 que rinde números racionales fracasaron.

Un número *trascendente*, también número trascendental es un número real o complejo que no es raíz de ninguna ecuación algebraica con coeficientes enteros no todos nulos. Un número real trascendente no es un número algebraico, pues no es solución de ninguna ecuación algebraica con coeficientes racionales. Tampoco es número racional, ya que estos resuelven ecuaciones algebraicas de primer grado, al ser real y no ser racional, necesariamente, es un número irracional. En este sentido, número trascendente es antónimo de número algebraico. La definición no proviene de una simple relación algebraica, sino que se define como una propiedad fundamental de las matemáticas. Los números trascendentes más conocidos son π y e, donde "e" es la base de los logaritmos llamados naturales o neperianos. En matemáticas se denomina logaritmo natural o informalmente logaritmo neperiano al logaritmo cuya base es el número e, un número irracional cuyo valor aproximado es

2,7182818284590452353602874713527

Por 2,700 años ha perdurado por tradición oral algunos de los problemas délicos, que por simplicidad, reduciremos en este ensayo a tres: la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo y la trisección del ángulo. Por algebra, y ahora que conocemos los números irracionales, los complejos, y lo trascendentes, es fácil calcular el área del círculo; no necesitamos buscar cual es el cuadrado equivalente. Por ello es difícil imaginar porqué los problemas délicos eran insolubles. En álgebra $C=\pi R^2$ y podemos conocer el área del círculo (C) con la aproximación que queramos, pero no podemos cuadrar el círculo con regla y compás.

Los problemas "délicos" clásicos se remontan al siglo VI a.C. El oráculo de Delos había ordenado a los habitantes de esta ciudad, doblar el volumen de uno de sus altares. Puesto que los geómetras griegos no utilizaban más que la regla y el compás y accedían a los números por un equivalente geométrico, no consiguieron resolver el problema. El problema lo podemos plantear con el álgebra: se trata de encontrar un nuevo volumen que sea el doble de un volumen

No. 119 –Marzo 2018 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

dado. Si el cubo dado tiene "a" por lado, el cubo es a^3 y si lo que queremos es doblarlo, el nuevo cubo de lado "b" sería $2a^3 = b^3$. Por tanto, el lado del nuevo cubo tendría que ser b sería igual a "a" por la raíz cúbica de 2 ($\sqrt[3]{2}$). Pero la raíz cúbica de 2 es =1.25992105.. que tampoco es un número racional. Po lo tanto, no puede ser resuelta por medio de la regla y el compás.

Carl Ferdinand von Lindemann

Información personal	
Nacimiento	12 de abril de 1852 Hannover, Alemania
Fallecimiento	6 de marzo de 1939 (86 años) Múnich, Alemania
Nacionalidad	Confederación Germánica y alemana
Educación	
Alma máter	Universidad de Gotinga Universidad de Múnich
Supervisor doctoral	Felix Klein

Los matemáticos de la Grecia clásica pronto se interesaron por cuadrar superficies más o menos irregulares limitadas por rectas (superficies poligonales). Una superficie es cuadrable cuando, a partir de ella, es posible obtener geométricamente un cuadrado que tenga la misma área que aquella. Desde un punto de vista práctico, cuadrar superficies irregulares permitía simplificar el cálculo de sus áreas ya que, mientras podía ser fatigoso calcular el área de una superficie no regular, el cálculo del área de su cuadrado equivalente sería sencillo.

Los griegos, influidos por la preeminencia de la geometría en sus matemáticas, buscaron procedimientos puramente geométricos para hallar la cuadratura de las distintas superficies. Esto implicaba limitarse al uso de dos elementos tecnológicos simples como el compás y la regla. Ha de añadirse que, para los griegos, era impropio usar el compás como instrumento para transportar distancias.

Mediante los métodos de cuadratura del rectángulo y del triángulo, así como mediante la descomposición de los polígonos en triángulos, los griegos cuadraban cualquier superficie poligonal. Era posible cuadrar superficies de lados rectilíneos.

La posibilidad de cuadrar superficies limitadas por curvas (superficies curvilíneas) y, en especial, la cuadratura del círculo, no habría parecido tan plausible a los griegos de no haber sido por el hecho de que Hipócrates de Quíos demostró que ciertas figuras curvilíneas construidas a propósito por él, llamadas lúnulas, podían cuadrarse. La resolución de la cuadratura de las lúnulas de

© José Mejía Lacayo - jtmejia@gmail.com

Hipócrates creó una falsa expectativa entre los matemáticos de la antigüedad, llevándoles a pensar que podría cuadrarse el círculo.

En el siglo XX Chebotariov y Dorodnov probaron que, en general, las lúnulas no pueden cuadrarse excepto los tres tipos de lúnulas propuestos por Hipócrates y dos tipos más aportados por Leonhard Euler en el siglo XVIII. De esta forma quedó de manifiesto que la cuadratura de la lúnula no era otra cosa que una solución excepcional de un problema irresoluble, cosa que confundió a los matemáticos durante siglos creyendo que las lúnulas podrían acercarlos a la cuadratura del círculo.

En 1882, el matemático alemán Ferdinand Lindemann probó que π es un número trascendente, lo que implica que es imposible cuadrar el círculo usando regla y compás, resolviendo completamente el problema. Las pruebas usuales usan álgebra (teoría de Galois por ejemplo) y variable compleja.

Los geómetras helenos se servían únicamente de la regla de graduar y del compás para realizar construcciones geométricas. El problema consiste en crear con tales herramientas un cuadrado de área igual a la de un círculo dado, lo que significa encontrar un segmento de longitud equivalente a la raíz cuadrada de X. A lo largo de la historia, multitud de matemáticos han intentado hallar este segmento sin lograr nada más que aproximaciones. Ya en el siglo XVI, el alemán Michael Stifel sospechó su irresolubilidad. En 1882, otro alemán, el matemático Fernand Lindemann, demostró que el número X no puede ser raíz de ningún polinomio con coeficientes enteros, condición necesaria para cuadrar el círculo. Esto acabó con las esperanzas de resolver este insondable y enigmático problema.■