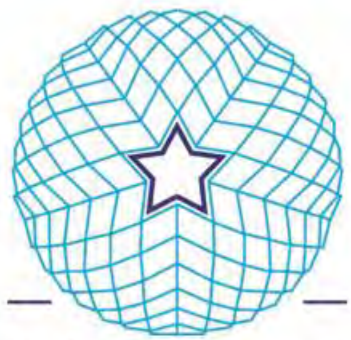
No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

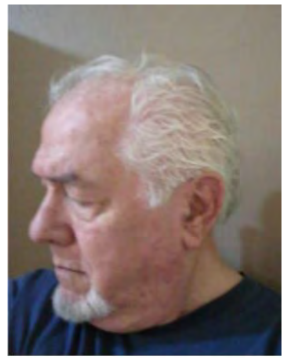
CIENCIAS FORMALES



La idea estelar que genera un mundo complejo y armónico, es el símbolo diseñado por este editor para la innovación.

Editor Emérito:

Carlos Arellano Hartig



carlosarellanohartig@gmail.com

Revisores:

George Cuevas

geo.wain@verizon.net

Manuel Fernández Vílchez

manuelfvilches@yahoo.es

Nuestra sección de *Innovación y Ciencia* es una ventana al desarrollo de estos eventos que afectan a nuestras culturas, para lo cual procuramos brindar un enfoque múltiple, teórico y práctico. No se nos oculta que en nuestros países latinoamericanos los niveles de innovación y ciencia son muy bajos y que necesitamos un esfuerzo extraordinario para un cambio de condiciones y resultados. Sin embargo, la fe en nuestra gente es lo primordial y estamos seguros que tras un esfuerzo sostenido de concientización, iremos despertando a una nueva era de progreso sostenido y sostenible. Para ello invitamos a nuestros lectores a colaborar con sus puntos de vista, que en esta sección comprenden, principalmente:

- Estudio de Casos de Innovación empresarial e institucional, particularmente de interés para el despegue de las PYMES.
- Descripción y análisis del Índice Global de Innovación (IGI) que anualmente publica la OMPI – Organización Mundial de la Propiedad Intelectual.

- Reporte sobre las grandes innovaciones tecnológicas y científicas que llegan a los mercados internacionales y que indefectiblemente inciden en la transformación de nuestras economías. Ej. Impresión 3D, Drones, etc.
- Estudio de las condiciones sectoriales, especialmente en aquellas áreas en las que caben cambios y tecnologías que pueden apropiarse.
- Propuestas de desarrollo y modificación de las condiciones de estímulo a la innovación y al aprovechamiento racional de nuestros recursos. Publicidad para concursos y premios a la innovación y ciencia.
- Promoción de una cultura científica basada en una actitud llana, que desmitifique los campos de las ciencias básicas y aplicadas a las que pueden acceder nuestros jóvenes, lo mismo que lo han hecho en la literatura y la historia.

Vamos a ampliar el concepto de ciencia de Carlos Arellano para incluir ciencias formales, ciencias teóricas y experimentales. En el uso común, la tecnociencia se refiere a toda la actividad humana de tecnología de larga data combinada con el método científico relativamente reciente que se produjo principalmente en Europa durante los siglos XVII y XVIII. La tecnociencia comprende la historia de la aplicación humana de la tecnología y los métodos científicos modernos, desde el desarrollo inicial de tecnologías básicas para la caza, la agricultura o la cría (por ejemplo, el pozo, el arco, el arado, el arnés) y todo el tiempo atómico. aplicaciones, biotecnología, robótica y ciencias de la computación. Este uso más común y completo del término tecnociencia se puede encontrar en libros de texto generales y conferencias sobre la historia de la ciencia.

En algunos estudios filosóficos de ciencia y tecnología se produce un uso alternativo y más restringido. En este uso, la tecnociencia se refiere específicamente al contexto tecnológico y social de la ciencia. La tecnociencia reconoce que el conocimiento científico no solo está codificado social e históricamente situado, sino también sostenido y duradero por redes materiales (no humanas). Technoscience afirma que los campos de la ciencia y la tecnología están vinculados y crecen juntos, y el conocimiento científico requiere una infraestructura de tecnología para mantenerse estacionario o avanzar.

Consecuentemente vamos a fusionar con Innovación y Ciencia la sección de Ciencias formales. "Innovación y Ciencia" comprenderá tecnociencia y ciencias formales.■

No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

Historia de las matemáticas

Wikipedia

La historia de las matemáticas es el área de estudio de investigaciones sobre los orígenes de descubrimientos en matemáticas, de los métodos de la evolución de sus conceptos y también en cierto grado, de los matemáticos involucrados. El surgimiento de la matemática en la historia humana está estrechamente relacionado con el desarrollo del concepto de número, proceso que ocurrió de manera muy gradual en las comunidades humanas primitivas. Aunque disponían de una cierta capacidad de estimar tamaños y magnitudes, no poseían inicialmente una noción de número. Así, los números más allá de dos o tres, no tenían nombre, de modo que utilizaban alguna expresión equivalente a "muchos" para referirse a un conjunto mayor.[1]

El siguiente paso en este desarrollo es la aparición de algo cercano a un concepto de número, aunque muy incipiente, todavía no como entidad abstracta, sino como propiedad o atributo de un conjunto concreto.[1] Más adelante, el avance en la complejidad de la estructura social y sus relaciones se fue reflejando en el desarrollo de la matemática. Los problemas a resolver se hicieron más difíciles y ya no bastaba, como en las comunidades primitivas, con solo contar cosas y comunicar a otros la cardinalidad del conjunto contado, sino que llegó a ser crucial contar conjuntos cada vez mayores, cuantificar el tiempo, operar con fechas, posibilitar el cálculo de equivalencias para el trueque. Es el momento del surgimiento de los nombres y símbolos numéricos.[1]

Antes de la edad moderna y la difusión del conocimiento a lo largo del mundo, los ejemplos escritos de nuevos desarrollos matemáticos salían a la luz solo en unos pocos escenarios. Los textos matemáticos más antiguos disponibles son la tablilla de barro Plimpton 322 (c. 1900 a. C.), el papiro de Moscú (c. 1850 a. C.), el papiro de Rhind (c. 1650 a. C.) y los textos védicos Shulba Sutras (c. 800 a. C.). En todos estos textos se menciona el teorema de Pitágoras, que parece ser el más antiguo y extendido desarrollo matemático después de la aritmética básica y la geometría.

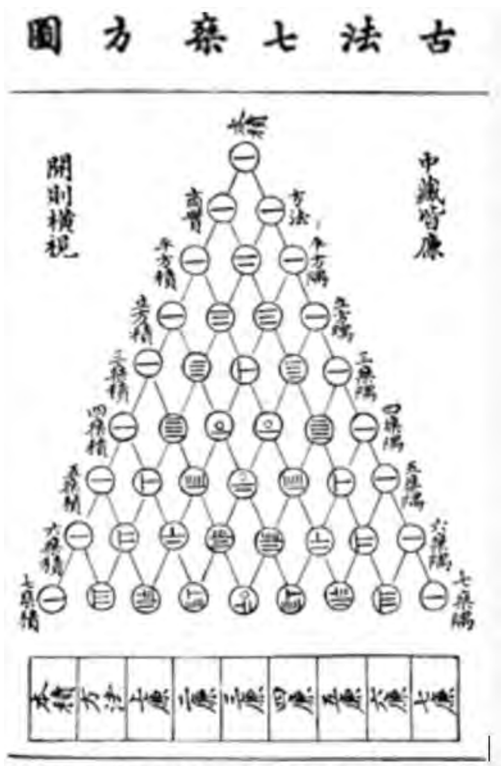
Tradicionalmente se ha considerado que la matemática, como ciencia, surgió con el fin de hacer los cálculos en el comercio, para medir la Tierra y para predecir los acontecimientos astronómicos. Estas tres necesidades pueden ser relacionadas en cierta forma a la subdivisión amplia de la matemática en el estudio de la estructura, el espacio y el cambio.

Las matemáticas egipcias y babilónicas fueron ampliamente desarrolladas por la matemática helénica, donde se refinaron los métodos (especialmente la introducción del rigor matemático en las demostraciones) y se ampliaron los asuntos propios de esta ciencia. La matemática en el islam medieval, a su vez, desarrolló y extendió las matemáticas conocidas por estas civilizaciones ancestrales. Muchos textos griegos y árabes de matemáticas fueron traducidos al latín, lo que llevó a un posterior desarrollo de las matemáticas en la Edad Media. Desde el renacimiento italiano, en el siglo XV, los nuevos desarrollos matemáticos, interactuando con descubrimientos científicos contemporáneos, han ido creciendo exponencialmente hasta el día de hoy.

LOS INICIOS DE LA MATEMÁTICA

Inicios

Mucho antes de los primeros registros escritos, hay dibujos que indican algún conocimiento de matemáticas elementales y de la medida del tiempo basada en las estrellas. Por ejemplo, los paleontólogos han descubierto rocas de ocre en la Cueva de Blombos en Sudáfrica de aproximadamente 70.000 años de antigüedad, que están adornados con hendiduras en forma de patrones geométricos. También se descubrieron artefactos prehistóricos en África y Francia, datados entre el 35.000 y el 20.000 a. C., que sugieren intentos iniciales de cuantificar el tiempo.[5]



Sistema chino de numeración con varillas.

Hay evidencias de que las mujeres inventaron una forma de llevar la cuenta de su ciclo menstrual: de 28 a 30 marcas en un hueso o piedra, seguidas de una marca distintiva. Más aún, los cazadores y pastores empleaban los conceptos de *uno*, *dos* y *muchos*, así como la idea de *ninguno* o *cero*, cuando hablaban de manadas de animales.[67] El hueso de Ishango, encontrado en las inmediaciones del río Nilo, al noreste del Congo, puede datar de antes del 20.000 a. C. Una interpretación común es que el hueso supone la

No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

demostración más antigua conocida de una secuencia de números primos y de la multiplicación por duplicación.

PRIMERAS CIVILIZACIONES

En el periodo predinástico de Egipto del V milenio a. C. se representaban pictóricamente diseños espaciales geométricos. Se ha afirmado que los monumentos megalíticos en Inglaterra y Escocia, del III milenio a. C., incorporan ideas geométricas tales como círculos, elipses y ternas pitagóricas en su diseño.

Las primeras matemáticas conocidas en la historia de la India datan del 3000 - 2600 a. C., en la Cultura del Valle del Indo (civilización Harappa) del norte de la India y Pakistán. Esta civilización desarrolló un sistema de medidas y pesas uniforme que usaba el sistema decimal, una sorprendentemente avanzada tecnología con ladrillos para representar razones, calles dispuestas en perfectos ángulos rectos y una serie de formas geométricas y diseños, incluyendo cuboides, barriles, conos, cilindros y diseños de círculos y triángulos concéntricos y secantes. Los instrumentos matemáticos empleados incluían una exacta regla decimal con subdivisiones pequeñas y precisas, unas estructuras para medir de 8 a 12 secciones completas del horizonte y el cielo y un instrumento para la medida de las posiciones de las estrellas para la navegación. La escritura hindú probablemente no ha sido descifrada todavía, de ahí que se sepa muy poco sobre las formas escritas de las matemáticas en Harappa. Hay evidencias arqueológicas que han llevado a algunos a sospechar que esta civilización usaba un sistema de numeración de base octal y tenían un valor para π, la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

Por su parte, las primeras matemáticas en China datan de la Dinastía Shang (1600 – 1046 a. C.) y consisten en números marcados en un caparazón de tortuga. Estos números fueron representados mediante una notación decimal. Por ejemplo, el número 123 se escribía, de arriba a abajo, como el símbolo para el 1 seguido del símbolo para 100, luego el símbolo para el 2 seguido del símbolo para 10 y, por último, el símbolo para el 3. Este era el sistema de numeración más avanzado en su tiempo y permitía hacer cálculos para usarlos con el suanpan o el ábaco chino. La fecha de invención del suanpan no se conoce con certeza, pero la

Tablilla de arcilla *YBC 7289*.

mención escrita más antigua data del 190 d. C., en Notas suplementarias sobre el Arte *de las Cifras*, de Xu Yue's.

ANTIGUO ORIENTE PRÓXIMO (c. 1800 a. C.–500 a. C.)

MESOPOTAMIA

Las matemáticas babilónicas hacen referencia a las matemáticas desarrolladas en Mesopotamia, el actual Irak, desde los días de los primeros sumerios, hasta el inicio del periodo helenístico. Se llaman matemáticas babilónicas debido al papel central de Babilonia como lugar de estudio, que dejó de existir durante el periodo helenístico. Desde este punto, las matemáticas babilónicas se fundieron con las matemáticas griegas y egipcias para dar lugar a las matemáticas helenísticas. Más tarde, bajo el Imperio árabe, Mesopotamia, especialmente Bagdad, volvió a ser un importante centro de estudio para las matemáticas islámicas.

En contraste con la escasez de fuentes en las matemáticas egipcias, el conocimiento sobre las matemáticas en Babilonia se deriva de más de 400 arcilla desveladas desde 1850. Labradas en escritura cuneiforme, fueron grabadas mientras la arcilla estaba húmeda y cocidas posteriormente en un horno o secadas al sol. Algunas de ellas parecen ser tareas graduadas.

Las evidencias más tempranas de matemáticas escritas datan de los antiguos sumerios, que constituyeron la civilización primigenia en Mesopotamia. Los sumerios desarrollaron un sistema complejo de metrología desde el 3000 a. C. Desde alrededor del 2500 a. C. en adelante, los sumerios escribieron tablas de multiplicar en tablillas de arcilla y trataron ejercicios geométricos y problemas de división. Las señales más tempranas de los numerales babilónicos también datan de ese periodo.

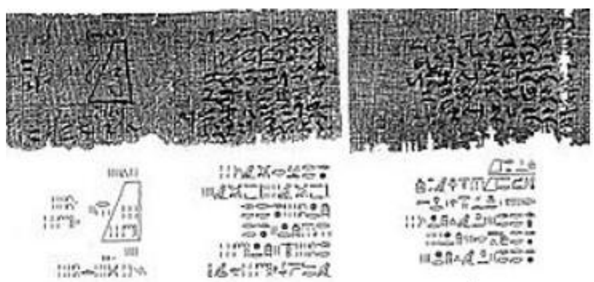
La mayoría de las tabletas de arcilla recuperadas datan del 1800 al 1600 a. C. y abarcan tópicos que incluyen fracciones, álgebra, ecuaciones cuadráticas y cúbicas y el cálculo de primos gemelos regulares recíprocos (véase Plimpton 322). Las tablillas también incluyen tablas de multiplicar y métodos para resolver ecuaciones lineales y ecuaciones cuadráticas. La tablilla babilónica YBC 7289 da una aproximación de $\sqrt{2}$ con una exactitud de cinco posiciones decimales. También la matemática abarca muchas ramas empezando por la clasificación de los números. Las matemáticas babilónicas fueron escritas usando un sistema de numeración sexagesimal (base 60). De ahí se deriva la división de un minuto en 60 segundos y de una hora en 60 minutos, así como la de un círculo en 360 (60 × 6) grados y las subdivisiones sexagesimales de esta unidad de medida de ángulos en minutos y segundos. Los avances

No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

babilónicos en matemáticas fueron facilitados por el hecho de que el número 60 tiene muchos divisores. También, a diferencia de los egipcios, griegos y romanos, los babilonios tenían un verdadero sistema de numeración posicional, donde los dígitos escritos a la izquierda representaban valores de orden superior, como en nuestro actual sistema decimal de numeración. Carecían, sin embargo, de un equivalente a la coma decimal y así, el verdadero valor de un símbolo debía deducirse del contexto.

Egipto

Las matemáticas en el Antiguo Egipto se refieren a las matemáticas escritas en las lenguas egipcias. Desde el periodo helenístico, el griego sustituyó al egipcio



Papiro de Moscú

como el lenguaje escrito de los escolares egipcios y desde ese momento las matemáticas egipcias se fundieron con las griegas y babilónicas para dar lugar a la matemática helénica. El estudio de las matemáticas en Egipto continuó más tarde bajo el influjo árabe como parte de las matemáticas islámicas, cuando el árabe se convirtió en el lenguaje escrito de los escolares egipcios.

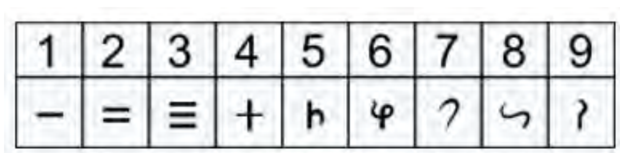
El texto matemático más antiguo descubierto es el papiro de Moscú, que data del Imperio Medio de Egipto, hacia el 2000-1800 a. C. Como muchos textos antiguos, consiste en lo que hoy se llaman problemas con palabras o problemas con historia, que tienen la intención aparente de entretener. Se considera que uno de los problemas es de particular importancia porque ofrece un método para encontrar el volumen de un tronco: "Si te dicen: Una pirámide truncada [de base cuadrada] de 6 de altura vertical, por 4 en la base [base inferior] y 2 en lo alto [base superior]. Haces el cuadrado de 4 y resulta 16. Doblas 4 y resulta 8. Haces el cuadrado de 2 y resulta 4. Sumas el 16, el 8 y el 4 y resulta 28. Tomas un tercio de 6 y resulta 2. Tomas 28 dos veces y resulta 56. Mira, es 56. Encontrarás lo correcto."

El papiro de Rhind[14] (hacia 1650 a. C.) es otro texto matemático egipcio fundamental, un manual de instrucciones en aritmética y geometría. En resumen, proporciona fórmulas para calcular áreas y métodos para la multiplicación, división y trabajo con fracciones unitarias. También contiene pruebas de otros conocimientos matemáticos,[15] incluyendo números compuestos y primos, media aritmética, geométrica y armónica, y una comprensión simple de la criba de Eratóstenes y la teoría de números perfectos (a saber, del número 6). El papiro también muestra cómo resolver ecuaciones lineales de primer orden, así como series aritméticas y series geométricas. [17]

Además, tres elementos geométricos del papiro de Rhind sugieren los rudimentos de la geometría analítica: cómo obtener una aproximación de π con un error menor del 1%; un antiguo intento de cuadrar el círculo; y el uso más antiguo conocido de un tipo de cotangente.

Finalmente, el papiro de Berlín (hacia 1300 a. C.)18 muestra que los antiguos egipcios podían resolver una ecuación cuadrática.[19]

MATEMÁTICA EN LA ANTIGUA INDIA (de 900 a. C. al 200 d. C.)



Numerales brahmí en el siglo I.

Los registros más antiguos existentes de la India son los Sulba Sutras (datados de aproximadamente entre el siglo VIII a. C. y II d. C),20 apéndices de textos religiosos con reglas simples para construir altares de formas diversas, como cuadrados, rectángulos, paralelogramos y otros. Al igual que con Egipto, las preocupaciones por las funciones del templo señala un origen de las matemáticas en rituales religiosos. En los Sulba Sutras se encuentran métodos para construir círculos con aproximadamente la misma área que un cuadrado, lo que implica muchas aproximaciones diferentes del número π.2223 Adicionalmente, obtuvieron el valor de la raíz cuadrada de 2 con varias cifras de aproximación, listas de ternas pitagóricas y el enunciado del teorema de Pitágoras.[24] Todos estos resultados están presentes en la matemática babilónica, lo cual indica una fuerte influencia de Mesopotamia. No resulta claro, sin embargo, hasta qué punto los Sulba Sutras influenciaron las matemáticas indias posteriores. Al igual que en China, hay una falta de continuidad en la matemática india; significativos avances se alternan con largos períodos de inactividad.[20]

Panini (hacia el siglo V a. C.) formuló las reglas de la gramática del sánscrito. Su notación fue similar a la notación matemática moderna y usaba

No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

"metarreglas", transformaciones lineales y recursiones. Pingala (aproximadamente de los siglos III al I a. C.) en su tratado de prosodia, usa un dispositivo correspondiente a un sistema binario de numeración.[cita requerida] Su discusión sobre la combinatoria de métricas musicales corresponde a una versión elemental del teorema del binomio.[cita requerida] La obra de Pingala también contiene ideas básicas sobre los números de Fibonacci, llamados mātrāmeru.[26]

Matemática en la Grecia Antigua (desde el 600 a. C. hasta el 300 d. C.)

Se acredita a los pitagóricos la primera demostración formal del teorema.

Las matemáticas griegas hacen referencia a las matemáticas escritas en griego desde el 600 a. C. hasta el 300 d. C. Los matemáticos griegos vivían en ciudades dispersas a lo largo del Mediterráneo Oriental, desde Italia hasta el Norte de África, pero estaban unidas por un lenguaje y una cultura comunes. Las matemáticas griegas del periodo siguiente a Alejandro Magno se llaman en ocasiones Matemáticas helenísticas.


Tales de Mileto

Las matemáticas griegas eran más sofisticadas que las matemáticas que habían desarrollado las culturas anteriores. Todos los registros que quedan de las matemáticas pre-helenísticas muestran el uso del razonamiento inductivo, esto es, repetidas observaciones usadas para establecer reglas generales. Los matemáticos griegos, por el contrario, usaban el razonamiento deductivo. Los griegos usaron la lógica para deducir conclusiones, o teoremas, a partir de definiciones y axiomas. La idea de las matemáticas como un entramado de teoremas sustentados en axiomas está explícita en los Elementos de Euclides (hacia el 300 a. C.).

Se cree que las matemáticas griegas comenzaron con Tales (hacia 624 a. C.-546 a. C.) y Pitágoras (hacia 582 a. C. - 507 a. C.). Aunque el alcance de su influencia puede ser discutido, fueron inspiradas probablemente por las matemáticas egipcias, mesopotámicas e indias. Según la leyenda, Pitágoras viajó a Egipto para aprender matemáticas, geometría y astronomía de los sacerdotes egipcios.

Tales usó la geometría para resolver problemas tales como el cálculo de la altura de las pirámides y la distancia de los barcos desde la orilla. Se atribuye a

Pitágoras la primera demostración del teorema que lleva su nombre, aunque el enunciado del teorema tiene una larga historia. En su comentario sobre Euclides, Proclo afirma que Pitágoras expresó el teorema que lleva su nombre y construyó ternas pitagóricas algebraicamente antes que de forma geométrica. La Academia de Platón tenía como lema "Que no pase nadie que no sepa Geometría".

Los Pitagóricos probaron la existencia de números irracionales. Eudoxio (408 al 355 a. C.) desarrolló el método exhaustivo, un precursor de la moderna integración. Aristóteles (384 al 322 a. C.) fue el primero en dar por escrito las leyes de la lógica. Euclides (hacia el 300 a. C.) dio el ejemplo más temprano de la metodología matemática usada hoy día, con definiciones, axiomas, teoremas y demostraciones. También estudió las cónicas. Su libro Elementos recoge toda la matemática de la época. En los Elementos se abordan todos los problemas fundamentales de la matemática, aunque siempre bajo un lenguaje geométrico. Además de problemas geométricos, también trata problemas aritméticos, algebraicos y de análisis matemático.[29] Además de los teoremas familiares sobre geometría, tales como el Teorema de Pitágoras, los Elementos incluyen una demostración de que la raíz cuadrada de dos es un número irracional y otra sobre la infinitud de los números primos. La Criba de Eratóstenes (hacia 230 a. C.) fue usada para el descubrimiento de números primos.

Arquímedes de Siracusa (hacia 287-212 a. C.) usó el método exhaustivo para calcular el área bajo un arco de parábola con ayuda de la suma de una serie infinita y dio una aproximación notablemente exacta de π. También estudió la espiral, dándole su nombre, fórmulas para el volumen de superficies de revolución y un ingenioso sistema para la expresión de números muy grandes.

MATEMÁTICA EN LA CHINA CLÁSICA (c. 500 a. C. – 1300 d. C.)

No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

En China, el emperador Qin Shi Huang (Shi Huang-ti) ordenó en el 212 a. C. que todos los libros de fuera del estado de Qin fueran quemados. El mandato no fue obedecido por todo el mundo, pero como consecuencia se conoce muy poco acerca de la matemática en la China ancestral.

Los nueve capítulos sobre el arte matemático

Desde la Dinastía Zhou, a partir del 1046 a. C., el libro de matemáticas más antiguo que sobrevivió a la quema fue el I Ching, que usa trigramas y hexagramas para propósitos filosóficos, matemáticos y místicos. Estos objetos matemáticos están compuestos de líneas enteras o divididas llamadas yin (femenino) y yang (masculino), respectivamente.

La obra más antigua sobre geometría en China viene de canon filosófico mohista, hacia el 330 a. C., recopilado por los acólitos de Mozi (470-390 a. C.). El Mo Jing describió varios aspectos de muchos campos relacionados con la física así como proporcionó una pequeña dosis de matemáticas.

Después de la quema de libros, la dinastía Han (202 a. C.-220 d. C.) produjo obras matemáticas que presumiblemente abundaban en trabajos que se habían perdido. La más importante de estas es Los nueve capítulos sobre el arte matemático, cuyo título completo apareció hacia el 179 d. C., pero existía anteriormente en parte bajo otros títulos. La obra consiste en 246 problemas en palabras que involucran agricultura, negocios, usos geométricos para establecer las dimensiones de las pagodas, ingeniería, agrimensura y nociones sobre triángulos rectángulos y π. También se usa el Principio de Cavalieri sobre volúmenes más de mil años antes de que el propio Cavalieri lo formulara en Occidente. Se crearon pruebas sobre el Teorema de Pitágoras y una formulación matemática de la eliminación de Gauss-Jordan. Liu Hui hizo un comentario de la obra hacia el siglo III d. C.

En resumen, las obras matemáticas del Han astrónomo e inventor Zhang Heng (78-139 d. C.) contenían una formulación para pi también, la cual difería de los cálculos de Liu Hui. Zhang Heng usó su fórmula de pi para encontrar volúmenes esféricos. Estaban también los trabajos escritos del matemático y teórico de la música Jing Fang (78-37 a. C.); mediante el uso de la coma pitagórica, Jing observó que 53 quintas justas se aproximan a 31 octavas. Esto llevaría más tarde al descubrimiento del temperamento igual que divide a la octava en 53 partes iguales y no volvería a ser calculado con tanta precisión hasta que en el siglo XVII lo hiciese el alemán Nicholas Mercator.

Los chinos también hicieron uso de diagramas combinatorios complejos conocidos como cuadrado mágico y círculo mágico, descritos en tiempos ancestrales y perfeccionados por Yang Hui (1238–1398 d. C.).

Zu Chongzhi (siglo V) de las Dinastías del Sur y del Norte calculó el valor de π hasta siete lugares decimales, lo que daba lugar al valor de π más exacto durante casi 1000 años.

Incluso después de que las matemáticas europeas comenzasen a florecer durante el Renacimiento, las matemáticas chinas y europeas mantuvieron tradiciones separadas, con un significativo declive de las chinas, hasta que misioneros jesuitas como Matteo Ricci intercambiaron las ideas matemáticas entre las dos culturas entre los siglos XVI y XVIII.

MATEMÁTICA EN JAPÓN

Sangaku

La matemática que se desarrolla en Japón durante el período Edo (1603 - 1887), es independiente de la matemática occidental; a este período pertenece el matemático Seki Kōwa, de gran influencia por ejemplo, en el desarrollo del wasan (matemática tradicional japonesa), y cuyos descubrimientos (en áreas como el cálculo integral), son casi simultáneos a los matemáticos contemporáneos europeos como Gottfried Leibniz.

La matemática japonesa de este período se inspira de la matemática china, está orientada a problemas esencialmente geométricos. Sobre tablillas de madera llamadas sangaku, son propuestos y resueltos «enigmas geométricos»; de allí proviene, por ejemplo, el teorema del sexteto de Soddy.

MATEMÁTICA EN LA INDIA CLÁSICA (hacia 400–1600)

Los avances en matemática india posteriores a los Sulba Sutras son los Siddhantas, tratados astronómicos de los siglos IV y V d. C. (período Gupta)

No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

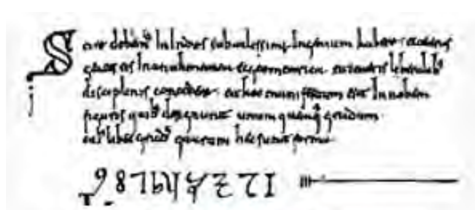
que muestran una fuerte influencia helénica.[31] Son significativos en cuanto a que contienen la primera instancia de relaciones trigonométricas basadas en una semi-cuerda, como en trigonometría moderna, en lugar de una cuerda completa, como en la trigonometría ptolemaica.[31] Con una serie de alteraciones y errores de traducción de por medio, las palabras "seno" y "coseno" derivan del sánscrito "jiya" y "kojiya".[31]

Aryabhata

El Suria-sidhanta (hacia el año 400) introdujo las funciones trigonométricas de seno, coseno y arcoseno y estableció reglas para determinar las trayectorias de los astros que son conformes con sus posiciones actuales en el cielo. Los ciclos cosmológicos explicados en el texto, que eran una copia de trabajos anteriores, correspondían a un año sideral medio de 365.2563627 días, lo que solo es 1,4 segundos mayor que el valor aceptado actualmente de 365.25636305 días. Este trabajo fue traducido del árabe al latín durante la Edad Media.[32][33]

En el siglo V d. C., Aryabhata escribe el Aryabhatiya, un delgado volumen concebido para complementar las reglas de cálculo utilizadas en astronomía y en medida matemática. Escrito en verso, carece de rigor lógico o metodología deductiva. Aunque casi la mitad de las entradas son incorrectas, es en el Aryabhatiya en donde el sistema decimal posicional aparece por vez primera. Siglos más tarde, el matemático árabe Abu Rayhan Biruni describiría este tratado como "una mezcla de guijarros ordinarios y cristales onerosos"[34]

En el siglo VII Brahmagupta identificó el teorema de Brahmagupta, la identidad de Brahmagupta y la fórmula de Brahmagupta y, por primera vez



Codex Vigilanus Primeros Numeros Arabigos en Brahma-sphuta-siddhanta, explicó claramente los dos usos del número 0: como un símbolo para rellenar un hueco en el sistema posicional y como una cifra y explicó el sistema de numeración hindo-arábigo.[35] Fue a raíz de una traducción de este texto indio sobre matemáticas (hacia el 770) cuando las matemáticas islámicas tuvieron acceso a este sistema de numeración, que posteriormente adaptaron usando los numerales arábigos. Los estudiantes árabes exportaron este conocimiento a Europa hacia el siglo XII y terminó desplazando los sistemas de numeración anteriores en todo el mundo. En el siglo X, un comentario de Jalaiuda sobre la obra de Pingala incluía un estudio de la sucesión de Fibonacci y del triángulo de Pascal y describía la formación de una matriz.

En el siglo XII, Bhaskara II estudió diversas áreas de las matemáticas. Sus trabajos se aproximan a la moderna concepción de infinitisimal, derivación, coeficiente diferencial y diferenciación. También estableció el teorema de Rolle (un caso especial del teorema del valor medio), estudió la ecuación de Pell e investigó la derivada de la función seno. Hasta qué punto sus aportes anticiparon la invención del cálculo es fuente de controversias entre los historiadores de las matemáticas.[36]

Desde el siglo XII, Mádhava, fundador de la Escuela de Kerala, encontró la llamada serie de Madhava-Leibniz y, utilizando 21 términos, computó el valor del número π a 3,14159265359. Mádhava también encontró la serie de Madhava-Gregory para el arcotangente, la serie de potencias Madhava-Newton para determinar el seno y el coseno así como las aproximaciones de Taylor para las funciones seno y coseno. En el siglo XVI, Jyesthadeva consolidó muchos de los desarrollos y teoremas de la Escuela de Kerala en los Yukti-bhāṣā.[38] Sin ambargo, la Escuela no formuló una teoría sistemática de la derivada o la integración, ni existe evidencia directa de que sus resultados hayan sido transmitidos al exterior de Kerala.[39, 40]

Los progresos en matemáticas así como en otras ciencias se estancaron en la India a partir de la conquista musulmana de la India.[4142]

MATEMÁTICA ISLÁMICA (hacia 800-1500)

El imperio islámico, establecido a lo largo del Oriente Medio, Asia Central, África del Norte, Iberia, y parte de la India, hizo aportes significativos en matemáticas en el siglo octavo. Aunque la mayor parte de los textos islámicos sobre matemáticas fueron escritos en árabe, no todos fueron escritos por árabes, dado que, así como el griego era usado en el mundo helenístico, el árabe era usado como el lenguaje escrito de los intelectuales no árabes a lo largo del mundo

No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

islámico en aquella época. Junto con los árabes, muchos otros importantes matemáticos islámicos fueron persas.

Muhamad ibn Musa_al-Kuarizmi

En el siglo IX, Al-Juarismi escribió varios libros importantes sobre los números arábigos y sobre los métodos de resolución de ecuaciones. Su libro *Sobre los cálculos con números arábigos*, escrito alrededor del año 825, junto con el trabajo de Al-Kindi, fueron instrumentos para dar a conocer las matemáticas árabes y los números arábigos en Occidente. La palabra algoritmo se deriva de la latinización de su nombre, Algoritmi, y la palabra álgebra del título de uno de sus trabajos, Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī hīsāb al-ğabr wa’l-muqābala (Compendio de cálculo por compleción y comparación). Al-Juarismi a menudo es apodado "el padre del álgebra", por sus importantes contribuciones a este campo. Aportó una meticulosa explicación a la solución de ecuaciones de segundo grado con raíces positivas,[44] y fue el primero en enseñar el álgebra en sus formas más elementales. También introdujo el método fundamental de "reducción" y "balance", refiriéndose a la colocación de los términos restados al otro lado de una ecuación, es decir, la cancelación de términos iguales que se encuentran en lados opuestos de una ecuación. Esta operación fue descrita originariamente por Al-Jarismi como al-jabr.[46] Su álgebra no solo consistía "en una serie de problemas sin resolver, sino en una exposición que comienza con las condiciones primitivas que se deben dar en todos los prototipos de ecuaciones posibles mediante una serie de combinaciones, a partir de este momento serán objeto de estudio."

El posterior desarrollo del álgebra vino de la mano de Al-Karaji. En su tratado al-Fakhri extiende la metodología para incorporar potencias y raíces de cantidades desconocidas. La primera demostración por inducción matemática de la que se tiene constancia aparece en un libro escrito por Al-Karaji en el 1000 d. C., en el que demuestra el teorema del binomio, el triángulo de Pascal, y la suma de cubos integrales. El historiador de las matemáticas, F. Woepcke,[48] elogió a Al-Karaji por haber sido "el primero en introducir la teoría del cálculo algebraico." También en el siglo X Abul Wafa tradujo las obras de Diofanto al árabe y desarrolló la función tangente. Ibn al-Haytham fue el primer matemático en deducir la fórmula de la suma de las ecuaciones cuárticas, usando un método que puede generalizarse para determinar la fórmula general de la suma de cualquier potencia entera. Desarrolló una integración para calcular el volumen de un paraboloide y fue capaz de generalizar sus resultados para las integrales de polinomios de más de cuarto grado. Incluso se acercó bastante a la fórmula general de la integral de polinomios, aunque no estaba interesado en polinomios de grado mayor que cuatro.[49]

En las postrimerías del siglo XI, Omar Khayyam escribió Discusiones sobre las dificultades en Euclides, un libro sobre los defectos en los Elementos de Euclides, especialmente el postulado de las paralelas, y estableció los fundamentos de la geometría analítica y la geometría no euclídea. También fue el primero en encontrar la solución geométrica a la ecuación cúbica e influyó en la reforma del calendario.

MATEMÁTICA EN OCCIDENTE

Durante la Edad Media las aplicaciones del álgebra al comercio, y el dominio de los números, lleva al uso corriente de los *números irracionales*, una costumbre

Ilustración de los Elementos de Euclides, hacia 1309-1316.

que es luego transmitida a Europa. También se aceptan las soluciones negativas a ciertos problemas, cantidades imaginarias y ecuaciones de grado tres.

MATEMÁTICA MEDIEVAL EN EUROPA

No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

El desarrollo de las matemáticas durante la edad media es frecuentemente motivada por la creencia en un «orden natural»; Boecio las sitúa dentro del currículo, en el siglo VI, al acuñar el término Quadrivium para el estudio metódico de la aritmética, la geometría, la astronomía y la música; en su De institutione arithmetica, una traducción de Nicómaco, entre otros trabajos que constituyeron la base de la matemática hasta que se recuperaron los trabajos matemáticos griegos y árabes.

Durante el siglo XII, particularmente en Italia y en España, se traducen textos árabes y se redescubren los griegos. Toledo se vuelve un centro cultural y de traducciones; los escolares europeos viajan a España y a Sicilia en busca de literatura científica árabe incluyendo el Compendio de cálculo por compleción y comparación de al-Khwārizmī, y la versión completa de los Elementos de Euclides, traducida a varios idiomas por Adelardo de Bath, Herman de Carinthia, y Gerardo de Cremona.[5455]

El crecimiento económico y comercial que conoce Europa, con la abertura de nuevas rutas hacia el oriente musulmán, permite también a muchos mercaderes familiarizarse con las técnicas transmitidas por los árabes. Las nuevas fuentes dan un impulso a las matemáticas. Fibonacci escribe su Liber Abaci en 1202, reeditado en 1254, produce el primer avance significativo en matemática en Europa con la introducción del sistema de numeración indio: los números arábigos (sistema de notación decimal, posicional y con uso común del cero). En teoría enseñada en el Quadrivium, pero también destinada a la práctica comercial. Esta enseñanza se transmite en las botteghe *d'abbaco* o «escuelas de ábacos», en donde los *maestri* enseñaban la aritmética, la geometría y los métodos calculatorios a los futuros comerciantes, a través de problemas recreativos, conocidos gracias a «tratados de álgebra» que estos maestros han dejado. Aunque el álgebra y la contabilidad corren por senderos separados,[57] para cálculos complejos que involucran interés compuesto, un buen dominio de la Aritmética es altamente valorado.

RENACIMIENTO EUROPEO

Hay un fuerte desarrollo en el área de las matemáticas en el siglo XIV,58 como la dinámica del movimiento. Thomas Bradwardine propone que la velocidad se incrementa en proporción aritmética como la razón de la fuerza a la resistencia se incrementa en proporción geométrica, y muestra sus resultados con una serie de ejemplos específicos, pues el logaritmo aún no había sido concebido;[59] su análisis es un ejemplo de cómo se transfirió la técnica matemática utilizada por al-Kindi y Arnau de Vilanova.[60]

Los matemáticos de esta época (tales como los calculatores de Merton College, de Oxford), al no poseer los conceptos del cálculo diferencial o de límite matemático, desarrollan ideas alternativas como por ejemplo: medir la velocidad instantánea como la "trayectoria que habría seguido [un cuerpo] si... hubiese sido movido uniformemente con un mismo grado de velocidad con el que es movido en ese instante dado";[59] o bien: determinar la distancia cubierta por un cuerpo bajo movimiento uniforme acelerado (hoy en día resuelto con métodos de integración). Este grupo, compuesto por Thomas Bradwardine, William Heytesbury, Richard Swineshead y John Dumbleton, tiene como principal éxito la elaboración del teorema de la velocidad media que más tarde, usando un lenguaje cinemático y simplificado, compondría la base de la "ley de la caída de los

Ritratto di Luca Pacioli, 1495, atribuido a Jacopo de'Barbari (Museo di Capodimonte).

cuerpos", de Galileo.[59]

Nicolás Oresme en la Universidad de París y el italiano Giovanni di Casali, proveyeron -independientemente- una demostración gráfica de esta relación.[59] En un comentario posterior a *los Elementos*, Oresme realiza un análisis más detallado en el cual prueba que todo cuerpo adquiere, por cada incremento sucesivo de tiempo, un incremento de una cualidad que crece como los números impares. Utilizando el resultado de Euclides que la suma de los números impares son los cuadrados, deduce que la cualidad total adquirida por el cuerpo, se incrementará conforme el cuadrado del tiempo.[61]

Luca Pacioli escribe *"Summa de Arithmetica, Geometría, Proportioni et Proportionalità"* (Venecia, 1494), en donde se incluyen tratados de contabilidad y escritura; si bien estaba dirigido a mercaderes o aprendices de mercaderes, también contenía acertijos y rompecabezas matemáticos.[62] En *Summa*

No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

Arithmetica, Pacioli introduce símbolos por primera vez en un libro impreso, lo que luego se convirtió en una notación convencional. También es el primer libro conocido de álgebra (mucho del contenido es plagiado de Piero della Francesca).

Durante la primera mitad del siglo XVI, Scipione del Ferro y Niccolò Fontana Tartaglia descubren las soluciones complejas de las ecuaciones cúbicas, trabajando en la resolución de ecuaciones. Retomado por Tartaglia y publicado por Cardan, encuentran una primera formulación junto con Bombelli. Gerolamo Cardano publicará el Ars magna junto con un trabajo de su alumno Ferrari, quien resuelve las ecuaciones de cuarto grado. En 1572 Rafael Bombelli publica su *L'Algebra*, en el que muestra cómo utilizar las cantidades imaginarias que podrían aparecer en la fórmula de Cardano para las ecuaciones de grado tres.

Hasta fines del siglo XVI, la resolución de problemas matemáticos continúa siendo una cuestión retórica. El cálculo simbólico aparecerá en 1591, con la publicación del Isagoge Artem Analycitem de François Viète y la introducción de notaciones específicas para las constantes y las variables (trabajo popularizado y mejorado por Harriot, Fermat y Descartes, cambiará por completo el trabajo algebraico desarrollado en Europa). La principal aportación del Renacimiento a la matemática fue la sustitución del álgebra tensorial, heredado de la Antigua Grecia, por la más sencilla álgebra de los polinomios.[63] En este periodo el álgebra, que desde los Elementos de Euclides se había estudiado desde un punto de vista geométrico, se independiza de la geometría y se convierte en una rama autónoma dentro de la matemática.[63]

LA REVOLUCIÓN CIENTÍFICA DE LOS SIGLOS XVII Y XVIII

Las matemáticas se inclinan sobre aspectos físicos y técnicos. Isaac Newton y Gottfried Leibniz crean el cálculo infinitesimal, con lo que se inaugura la era del análisis matemático, la derivada, la integración y las ecuaciones diferenciales. Esto fue posible gracias al concepto de límite, considerado la idea más importante de la matemática.[64] No obstante, la formulación precisa del concepto de límite no se produjo hasta el siglo XIX con Cauchy.[65]

El universo matemático de comienzos del siglo XVIII está dominado por la figura de Leonhard Euler y por sus aportes tanto sobre funciones matemáticas como teoría de números, mientras que Joseph-Louis Lagrange alumbra la segunda mitad del siglo.

El siglo precedente había visto la puesta en escena del cálculo infinitesimal, lo que abría la vía al desarrollo de una nueva disciplina matemática: el análisis algebraico, en el que, a las operaciones clásicas del álgebra, se añaden la diferenciación y la integración. El cálculo infinitesimal se aplica tanto en la física (mecánica, mecánica celeste, óptica, cuerdas vibrantes) como en geometría (estudio de curvas y superficies). Leonhard Euler, en Calculi différentialis (1755) y en Institutiones calculi integralis (1770), intenta establecer las reglas de utilización de los infinitos pequeños y desarrolla métodos de integración y de resolución de ecuaciones diferenciales. También se destacan los matemáticos Jean le Rond d'Alembert y Joseph-Louis Lagrange. En 1797, Sylvestre François Lacroix publica *Traité du calcul différentiel et intégral* que es una síntesis de los trabajos del Análisis del siglo XVIII. La familia Bernoulli contribuye al desarrollo de la resolución de las ecuaciones diferenciales.

Leonhard Euler por Emanuel Handmann

La función matemática se vuelve un objeto de estudio a parte entera. Matemáticos de la talla de Brook Taylor, James Stirling, Euler, Maclaurin o Lagrange, la utilizan en problemas de optimización; se la desarrolla en series enteras o asintóticas pero sin preocuparse de su convergencia. Leonhard Euler elabora una clasificación de funciones. Se intenta aplicarla a los reales negativos o complejos.

En esta época se produce el fenómeno contrario al observado en el siglo XVI. Álgebra y geometría vuelven a unirse bajo un mismo método, pero ahora es el lenguaje algebraico el que se aplica al estudio de los problemas geométricos. El teorema fundamental del álgebra (existencia de raíces eventualmente complejas a todo polinomio) que tenía forma de conjetura desde hacia dos siglos, es revalorizado en la utilización de la descomposición en elementos simples, necesario para el cálculo integral. Sucesivamente, Euler (1749) y Lagrange (1771), intentan demostraciones algebraicas pero se enfrentan a la parte trascendente del problema (todo polinomio de grado impar sobre R posee una raíz real), que necesitará de la utilización de un teorema de valores intermedios.[68]

La demostración de D'Alembert publicada en 1746 en los anales de la academia de Berlín, es la más completa pero contiene aún algunas lagunas y pasajes obscuros. Gauss, en 1799, que critica a D'Alembert sobre estos puntos,

No. 130 –Febrero 2019 – ISSN 2164-4268 - http://www.temasnicas.net/

no está exento de los mismos reproches. Hay que hacer intervenir en un momento un resultado fuerte del Análisis que el siglo aún no conoce. Además, este obstáculo se sitúa en la cuestión de los puntos de bifurcación: es una cuestión ya debatida en la polémica sobre los logaritmos y los números negativos a la que pondrá fin Euler. La segunda y tercera demostración de Gauss no adolecen de estas carencias, pero ya no se inscriben dentro del mismo siglo.

En aritmética, Euler demuestra el pequeño teorema de Fermat y da una versión extendida a los números compuestos (1736-1760).

Siglo XIX

La historia matemática del siglo XIX es inmensamente rica y fecunda. Numerosas teorías nuevas aparecen y se completan trabajos comenzados anteriormente. Domina la cuestión del *rigor*, como se manifiesta en el «análisis matemático» con los trabajos de Cauchy y la suma de series (la cual reaparece a propósito de la geometría), teoría de funciones y particularmente sobre las bases del cálculo diferencial e integral al punto de desplazar las nociones de *infinitamente pequeño* que habían tenido notable éxito el siglo pasado. Más aún, el siglo marca el fin del amateurismo matemático: las matemáticas eran consideradas hasta entonces como obra de algunos particulares, en este siglo, se convierten en profesiones de vanguardia. El número de profesionales no deja de crecer y las matemáticas adquieren una importancia nunca antes vista. Las aplicaciones se desarrollan rápidamente en amplios dominios, haciendo creer que la ciencia todo lo puede; algunos sucesos así parecen atestiguarlo, como el descubrimiento de un nuevo planeta únicamente por el cálculo, o la explicación de la creación del sistema solar. El dominio de la física, ciencia experimental por excelencia, se ve completamente invadido por las matemáticas: el calor, la electricidad, el magnetismo, la mecánica de fluidos, la resistencia de materiales y la elasticidad, la cinética química, son todas matematizadas.

Augustin Louis Cauchy

Joseph-Louis Lagrange

Carl Friedrich Gauss

Bernhard Riemann — Joseph-Louis Lagrange — William Rowan Hamilton — Gottlob Frege

Durante el siglo XIX las matemáticas se vuelven más abstractas. El trabajo revolucionario de Carl Friedrich Gauss (1777–1855) en matemática pura, incluye la primera prueba satisfactoria del «teorema fundamental de la aritmética» y de la «ley de reciprocidad cuadrática», además de numerosas contribuciones en *función matemática, variable compleja, geometría, convergencia de series,...*

En este siglo se desarrollan dos formas de geometría no euclidiana, en las que el postulado de las paralelas de la geometría euclídea ya no es válido. El matemático ruso Nikolai Ivanovich Lobachevsky y su rival, el matemático húngaro János Bolyai, independientemente definen y estudian la geometría hiperbólica. La geometría elíptica fue desarrollada más tarde por el matemático alemán Bernhard Riemann, quien también introduce el concepto de variedad (matemática) (y la hoy llamada Geometría de Riemann).

En álgebra abstracta, Hermann Grassmann da una primera versión de espacio vectorial. George Boole divisa un álgebra que utiliza únicamente los números 0 y 1, la hoy conocida como Álgebra de Boole, que es el punto de partida de la lógica matemática y que tiene importantes aplicaciones en ciencias de la computación.

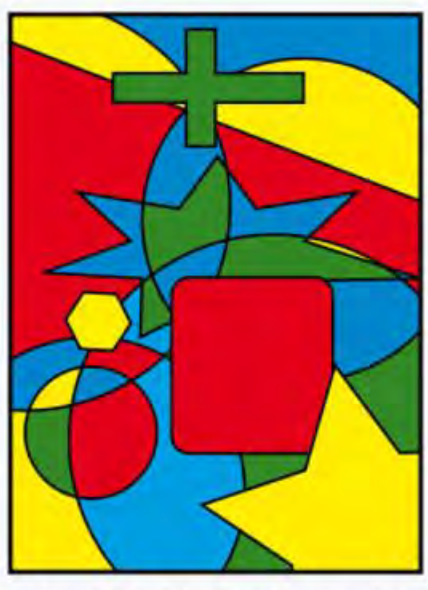
Augustin Louis Cauchy, Bernhard Riemann y Karl Weierstrass reformularon el cálculo de manera más rigurosa.

El rápido crecimiento de la matemática provoca una crisis derivada de la necesidad de revisar todos sus fundamentos para obtenerlos de forma rigurosa a partir de estructuras algebraicas y topológicas. A finales del siglo XIX nace la matemática actual con las obras de Dedekind y Kronecker.[70]

Siglo XX

El siglo XX ve a las matemáticas convertirse en una profesión mayor. Cada año, se gradúan miles de doctores, y las salidas laborales se encuentran tanto en la enseñanza como en la industria. Los tres grandes teoremas dominantes son: los Teoremas de incompletitud de Gödel; la demostración de la conjetura de Taniyama-Shimura, que implica la demostración del último teorema de Fermat; la demostración de las conjeturas de Weil por Pierre Deligne. Muchas de las nuevas disciplinas que se desarrollan o nacen son una continuación de los trabajos de Poincaré, las probabilidades, la topología, la geometría diferencial, la lógica, la geometría algebraica, los trabajos de Grothendieck, entre otras.

En un discurso en 1900 frente al Congreso Internacional de Matemáticos, David Hilbert propuso una lista de 23 problemas matemáticos. Esta lista, que toca varias áreas de las matemáticas, fue un foco central para muchos matemáticos del siglo XX. A la fecha (2011), 10 han sido resueltos, 7 parcialmente resueltos y 2 siguen abiertos; los 4 restantes están formulados de manera muy vaga para decidir si han sido resueltos o no.



Teorema de los cuatro colores

Muchas conjeturas notables fueron finalmente probadas. En 1976, Wolfgang Haken y Kenneth Appel usaron una computadora para demostrar el teorema de los cuatro colores. Andrew Wiles, basado en trabajos previos de otros matemáticos, probó el último teorema de Fermat en 1995. Paul Cohen y Kurt Gödel probaron que la hipótesis del continuo es lógicamente independiente de (no puede ser probada o negada de) los axiomas de la teoría de conjuntos. En 1998 Thomas Callister Halesprobó la conjetura de Kepler.

Colaboraciones matemáticas de tamaño y dimensiones imprecedentes toman lugar. Un ejemplo es la clasificación de grupos finitos simples (también llamada el "teorema enorme"), para cuya demostración, entre 1955 y 1983, se requirieron 500 artículos de alrededor de 100 autores, llenando miles de páginas. Un grupo de matemáticos franceses, incluyendo Jean Dieudonné y André Weil, publican bajo el pseudónimo «Nicolás Bourbaki», con intención de exponer la totalidad del conocimiento matemático como un todo riguroso coherente. El resultado de varias docenas de volúmenes, reunidos en Elementos de matemática, ha tenido una influencia controversial en la educación matemática.[71]

La geometría diferencial se convirtió en objeto de estudio como tal cuando Einstein la utiliza en la relatividad general. Áreas enteramente nuevas de la matemática como la lógica matemática, la topología y la teoría de juegos de John von Neumann, cambian el tipo de preguntas a las cuales se podía dar respuesta con métodos matemáticos. Todo tipo de estructura fue reducido a un grupo de axiomas abstracto, y se les dio nombres como espacio métrico, espacio topológico, etc. Estos conceptos, a su vez fueron abstraídos hacia una teoría de categorías, como se suele ser el caso en matemáticas. Grothendieck y Serre relanzan la geometría algebraica utilizando teoría de haces. Grandes avances fueron hechos en el estudio cualitativo de la teoría de sistemas dinámicos que Poincaré había comenzado en los 1890's. La teoría de la medida fue desarrollada en los tardíos 1900´s y comienzos del siglo XX. Las aplicaciones de la medida incluyen la integral de Lebesgue, la axiomatización de Kolmogorov de la teoría de la probabilidad, y la teoría ergódica. La teoría de nudos también se amplió. La mecánica cuántica llevó al desarrollo del análisis funcional. Otras nuevas áreas incluyen la teoría de distribuciones de Laurent Schwartz, los teoremas de punto fijo, la teoría de la singularidad y la teoría de las catástrofes de René Thom, la teoría de modelos y los fractales de Mandelbrot. La teoría de Lie, constituida por los grupos de Lie y las álgebras de Lie se volvieron áreas de gran interés.

La invención y el continuo progreso de las computadoras, al comienzo máquinas mecánicas analógicas y después máquinas electrónicas, permitieron trabajar con cantidades cada vez más grandes de datos, y surgieron áreas como por ejemplo la teoría de la computabilidad de Alan Turing; la teoría de la complejidad computacional; la teoría de la información de Claude Shannon; el procesamiento de señales; el análisis de datos; la optimización y otras áreas de investigación de operaciones. En los siglos precedentes, muchos de los focos matemáticos estaban puestos en el cálculo y las funciones continuas, pero el surgimiento de la computación y la tecnología de las comunicaciones llevan a una importancia creciente los conceptos de las matemáticas discretas y la expansión de la combinatoria, incluyendo la teoría de grafos. La velocidad y procesamiento de datos de las computadoras también les permitieron encargarse de problemas matemáticos que consumirían demasiado tiempo con cálculos hechos con papel y lápiz, llevando a áreas como el análisis numérico y el cálculo formal. Algunos de los métodos y algoritmos más importantes del siglo XX han sido: el algoritmo símplex, la transformada rápida de Fourier, la corrección de errores hacia adelante, el Filtro de Kalman de la teoría de control y el algoritmo RSA de la criptografía asimétrica.

Siglo XXI

En el año 2000, el Clay Mathematics Institute anunció los siete problemas del milenio, y en 2003 la demostración de la conjetura de Poincaré fue resuelta por Grigori Perelmán (que razonó éticamente el no aceptar el premio).

La mayoría de las revistas de matemática tienen versión *on line* así como impresas, también salen muchas publicaciones digitales. Hay un gran crecimiento hacia el acceso online, popularizada por el ArXiv.

REFERENCIAS

1. Aleksandrov, A. D.; Kolmogorov, A. N.; Laurentiev, M.A. (1980). «1 Visión general de la matemática». *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Obra en tres tomos, con la colaboración de otros 17 autores (4 edición). Madrid: Alianza. pp. 24-29. ISBN 84-206-2993-6.
2. Heath, Thomas L. *A Manual of Greek Mathematics*, Dover, 1963, p. 1: "In the case of mathematics, it is the Greek contribution which it is most essential to know, for it was the Greeks who first made mathematics a science."
3. Henahan, Sean (2002). «Art Prehistory». *Science Updates*. The National Health Museum. Archivado desde el original el 3 de febrero de 2006. Consultado el 6 de mayo de 2006.
4. Old Mathematical Objects
5. Matemáticas en África central antes de la colonización
6. Kellermeier, John (2003). «How Menstruation Created Mathematics». *Ethnomathematics*. Tacoma Community College. Archivado

desde el original el 29 de noviembre de 2015. Consultado el 6 de mayo de 2006.

7. Williams, Scott W. (2005). «The Oldest Mathematical Object is in Swaziland». *MATHEMATICIANS OF THE AFRICAN DIASPORA*. SUNY Buffalo mathematics department. Consultado el 6 de mayo de 2006.
8. Thom, Alexander, Archie Thom, 1988, "The metrology and geometry of Megalithic Man", pp. 132-151 in C.L.N. Ruggles, ed., *Records in Stone: Papers in memory of Alexander Thom*. Cambridge Univ. Press. ISBN 0-521-33381-4.
9. Pearce, Ian G. (2002). «Early Indian culture - Indus civilisation». *Indian Mathematics: Redressing the balance*. School of Mathematical and Computational Sciences University of St Andrews. Consultado el 6 de mayo de 2006.

http://www.bbc.co.uk/radio4/history/inourtime/inourtime_20061214.shtml Indian Maths (BBC)

http://www.chinaculture.org/gb/en_madeinchina/2005-08/18/content_71974.htm

10. Duncan J. Melville (2003). Third Millennium Chronology, *Third Millennium Mathematics*. St. Lawrence University.
11. Aaboe, Asger (1998). *Episodes from the Early History of Mathematics*. New York: Random House. pp. 30-31.
12. Sitio *cut-the-knot*.
13. Egyptian Unit Fractions, en MathPages.
14. *Mathematics in Egyptian Papyri*, University of St Andrews.
15. Sitio *The Mathematics Department of The State University of New York at Buffalo*.
16. *History of Medicine*
17. *EGYPTIAN MATHEMATICS PAPYRI*.
18. Boyer (1991). *China and India*. p. 207.
19. Puttaswamy, T. K. "The Accomplishments of Ancient Indian Mathematicians", pp. 411-2, en Selin, Helaine; D'Ambrosio, Ubiratan (2000). *Mathematics Across Cultures: The History of Non-western Mathematics*. Springer. ISBN 1402002602.
20. Kulkarni, R. P. "The Value of π known to Śulbasūtras

- Archivado el 6 de febrero de 2012 en la Wayback Machine.", *Indian Journal for the History of Science*, 13 1 (1978): 32-41

21. Connor, J. J. & E. F. Robertson. *The Indian Sulba Sutras* Univ. of St. Andrew, Scotland [1] The values for π are 4 x $(13/15)^2$ (3.0044...), 25/8 (3.125), 900/289 (3.11418685...), 1156/361 (3.202216...), and 339/108 (3.1389).
22. Connor, J. J. & E. F. Robertson. *The Indian Sulba Sutras* Univ. of St. Andrew, Scotland [2]
23. Bronkhorst, Johannes (2001). «Panini and Euclid: Reflections on Indian Geometry». *Journal of Indian Philosophy,* (Springer Netherlands) 29 (1–2): 43-80. doi:10.1023/A:1017506118885.
24. Hall, Rachel W. Math for poets and drummers. *Math Horizons* 15 (2008) 10-11.
25. Eves, Howard. *An Introduction to the History of Mathematics*, Saunders, 1990, ISBN 0-03-029558-0
26. Martin Bernal, "Animadversions on the Origins of Western Science", pp. 72-83 in Michael H. Shank, ed., *The Scientific Enterprise in Antiquity and the Middle Ages* (Chicago: University of Chicago Press) 2000, p. 75.
27. Abellanas, 1979, p. 8.
28. O'Connor, J. J. y Robertson, E. F. (febrero de 1996). «A history of calculus». University of St Andrews. Consultado el 7 de agosto de 2007.
29. Boyer (1991). *China and India*. pp. 208, 209.
30. Véase en: History of the Hindu–Arabic numeral system
31. Boyer (1991). «The Arabic Hegemony». p. 226.
32. Boyer (1991). «The Arabic Hegemony». p. 210, 211.
33. Boyer (1991). «The Arabic Hegemony». *China and India*. p. 226. «En 766 tuvimos conocimiento de que un tratado astronómico matemático, conocido por los árabes como *Sindhind*, fue traído a Bagdad de la India. Se cree generalmente que fue el *Brahmasphuta Siddhanta*, aunque pudo haber sido el *Surya Siddhanata*. Algunos años después, quizá hacia 775, el *Siddhanata* fue traducido al árabe, y no mucho después (ca. 780) el *Tetrabiblos* astrológico de Ptolomeo fue traducido del griego.»
34. Plofker (2000). pp. 197-198; George Gheverghese Joseph, *The Crest of the Peacock: Non-European Roots of Mathematics*, Penguin Books, London, 1991

pp 298 - 300; Takao Hayashi, *Indian Mathematics*, pp 118 - 130 in *Companion History of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, ed. I. Grattan.Guinness, Johns Hopkins University Press, Baltimore and London, 1994, p 126

35. Plofker 2009 pp. 217-253.

36. P. P. Divakaran, *The first textbook of calculus: Yukti-bhāṣā*, *Journal of Indian Philosophy* 35, 2007, pp. 417-433.

37. Bressoud, 2002, p. 12, «No hay evidencia de que los trabajos llevados a cabo sobre series fueran conocido fuera de la India, o incluso fuera de Kerala, hasta el siglo XIX. Gold y Pingree afirman que cuando estas series fueron redescubiertas en Europa, habían sido perdidas, para todo propósito, en India. Las expansiones del seno, coseno y arcotangente habían sido transmitidas por varias generaciones de discípulos, pero como estériles observaciones para las que nadie encontró demasiada utilidad»

38. Plofker, 2001, p. 293, «No es inusual encontrar en discusiones sobre matemática india, aseveraciones tales como que "el concepto de diferenciación era comprendido [en la India] desde tiempos de Manjula (... en el siglo X)" (Joseph 1991, 300), o que "podemos considerar a Mádhava el fundador del análisis matemático" (Joseph 1999, 293), o que Bhaskara II puede ser declarado el precursor de Newton y Leibnitz en el descubrimiento del principio del cálculo diferencial" (Bag 1979, 294).

39. Dutta, Sristidhar; Tripathy, Byomakesh (2006). *Martial traditions of North East India*. Concept Publishing Company. p. 173. ISBN 9788180693359.

40. Wickramasinghe, Nalin Chandra; Ikeda, Daisaku (1998). *Space and eternal life*. Journeyman Press. p. 79. ISBN 9781851720613.

41. The History of Algebra. Louisiana State University.

42. Boyer, 1991, "The Arabic Hegemony" p. 230. "Los seis casos de ecuaciones dadas dejaban agotadas todas las posibilidades de hallar ecuaciones lineales y cuadráticas con raíz positiva; la sistematizacíon y la exhaustividad en la exposición de Al-Juarismi hizo que los lectores tuvieran menos dificultades en el dominio de las soluciones."

43. Gandz and Saloman (1936), *The sources of al-Khwarizmi's algebra*, Osiris i, pp. 263–77: "En cierto sentido, Al-Juarismi tiene más derecho a ser apodado "el padre del álgebra" que Diofanto de Alejandría ya que Al-Juarismi es el primero en enseñar álgebra en sus formas elementales y por sí misma, en tanto que Diofanto está especialmente vinculado con la teoría de números".

44. Boyer, 1991, "The Arabic Hegemony" p. 229. "No es del todo cierto que los términos *al-jabr* y *muqabalah* signifiquen exactamente eso, pero la interpretación usual es parecida a la implícita en la traducción anterior. La palabra *al-jabr* probablemente significa algo así como "restauración" o "conclusión" y parece hacer referencia a la transposición de términos restados al otro lado de la ecuación. La palabra *muqabalah* se refiere a "reducción" o "balance", con el significado de cancelación de los términos que se encuentran en lados opuestos de la ecuación."
45. Victor J. Katz (1998). *History of Mathematics: An Introduction*, pp. 255-59. Addison-Wesley. ISBN 0-321-01618-1.
46. F. Woepcke (1853). *Extrait du Fakhri, traité d'Algèbre par Abou Bekr Mohammed Ben Alhacan Alkarkhi*. París.
47. Victor J. Katz (1995), "Ideas of Calculus in Islam and India", *Mathematics Magazine* 68 (3): 163-74.
48. Caldwell, John (1981) "The *De Institutione Arithmetica* and the *De Institutione Musica*", pp. 135-54 in Margaret Gibson, ed., *Boethius: His Life, Thought, and Influence,* (Oxford: Basil Blackwell).
49. Folkerts, Menso, *"Boethius" Geometrie II* (Wiesbaden: Franz Steiner Verlag, 1970).
50. Maurice Mashaal, p. 51.
51. Véase fr: Traductions latines du XIIe siècle
52. Marie-Thérèse d'Alverny, "Translations and Translators", pp. 421-62 en Robert L. Benson and Giles Constable, *Renaissance and Renewal in the Twelfth Century* (Cambridge: Harvard University Press, 1982).
53. Guy Beaujouan, "The Transformation of the Quadrivium", pp. 463-87 en Robert L. Benson and Giles Constable, *Renaissance and Renewal in the Twelfth Century* (Cambridge: Harvard University Press, 1982).
54. Van Egmond, Warren, *The Commercial Revolution and the beginnings of Western Mathematics in Renaissance Florence, 1300-1500*, éd. University of Michigan UMI Dissertation Services, Ann Arbor, Michigan, États-Unis, 628 p.
55. Heeffer, Albrecht: *On the curious historical coincidence of algebra and double-entry bookkeeping*, Foundations of the Formal Sciences, Ghent University, November 2009, p. 7 [3]

56. Grant, Edward and John E. Murdoch (1987), eds., *Mathematics and Its Applications to Science and Natural Philosophy in the Middle Ages,* (Cambridge: Cambridge University Press) ISBN 0-521-32260-X.
57. Clagett, Marshall (1961) *The Science of Mechanics in the Middle Ages,* (Madison: University of Wisconsin Press), pp. 421-40.
58. Murdoch, John E. (1969) "*Mathesis in Philosophiam Scholasticam Introducta:* The Rise and Development of the Application of Mathematics in Fourteenth Century Philosophy and Theology", in *Arts libéraux et philosophie au Moyen Âge* (Montréal: Institut d'Études Médiévales), at pp. 224-27.
59. Nicole Oresme, "Questions on the *Geometry* of Euclid" Q. 14, pp. 560–65, in Marshall Clagett, ed., *Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Qualities and Motions,* (Madison: University of Wisconsin Press, 1968).
60. Alan Sangster, Greg Stoner & Patricia McCarthy: "The market for Luca Pacioli's Summa Arithmetica"(Accounting, Business & Financial History Conference, Cardiff, September 2007) p. 1–2
61. Abellanas, 1979, p. 13.
62. Abellanas, 1979, p. 11.
63. Abellanas, 1979, p. 15.
64. DahanPeiffer, p. 199
65. Abellanas, 1979, p. 16.
66. *Routes et Dédales*, p. 251.
67. Abellanas, 1979, pp. 18-20.
68. Abellanas, 1979, p. 19.
69. Mashaal, Maurice 2006. *Bourbaki: A Secret Society of Mathematicians*. American Mathematical Society. ISBN 0-8218-3967-5, ISBN 978-0-8218-3967-6.●